

---

## POLLINE, ATOMI, WALL STREET: L'IMPREVEDIBILE VIAGGIO DEL MOTO BROWNIANO<sup>1</sup>

ROBERTO RENÒ

*Università degli Studi di Siena*

La storia del moto browniano è una delle più affascinanti della storia della scienza. La sua invenzione coinvolge tutte le discipline che fanno uso della matematica come lo strumento formale più adatto a capire e interpretare la realtà, facendo seguito alla ben nota intuizione galileiana. Il viaggio affrontato dalla lezione è imprevedibile ed erratico, proprio come quello del moto browniano stesso, e spazia dalla botanica alla fisica, dalla teoria delle probabilità all'economia e alla finanza. I contenuti multimediali legati alla lezione sono visualizzabili al link <http://prezi.com/x5hmcpvyhsee/>

### **1. Perdersi in un bicchier d'acqua**

La storia del moto browniano comincia con gli studi di Robert Brown, un botanico scozzese che nei primi decenni del 1800 osservò con il suo microscopio (formato da un'unica lente: praticamente una lente di ingrandimento) il movimento di granelli di polline e vario materiale inorganico in acqua. L'osservazione del polline non riservò alcuna sorpresa. Per poter osservare il moto browniano, infatti, occorrono oggetti di dimensioni paragonabili a quelle molecolari. Un granello di polline ha un diametro di circa 50 micron, decisamente troppo grande rispetto ad un atomo, le cui dimensioni sono di un decimillesimo di micron circa. Tuttavia, Brown notò due tipi di corpuscoli, uno di forma oblunga e uno di forma sferica (del raggio di 2-3 micron, quindi molto più piccoli e leggeri), che fuoriuscivano dal granello polline e che si muovevano in maniera assolutamente irregolare, e per lui sbalorditiva. Tale movimento appariva come un moto continuo che si rivolgeva, casualmente, in tutte le direzioni, nella forma di vibrazioni erratiche. In teoria, tali corpuscoli erano soggetti unicamente alla forza di gravità (che li attira verso il basso) e alla resistenza dell'acqua (che ne rallenta il moto). Come facevano quindi a muoversi in ogni direzione? Inizialmente Brown aveva pensato ad un fenomeno organico, come la riproduzione, come possibile causa di quel movimento; ma l'osservazione dello stesso movimento in minuscoli granelli di polvere e altro materiale inorganico aveva escluso questa affascinante possibilità, che l'aveva portato a congetturare che questi corpuscoli fossero presenti in tutta la materia organica.

---

<sup>1</sup> Lezione tenuta all'Istituto Statale Superiore Russell-Newton di Scandicci (FI) il 31 gennaio 2014 alle ore 11.00.

Nel corso della sua vita, Brown non riuscì mai a capire il motivo di quel movimento: per dirla con le sue parole, lo spostamento dei corpuscoli erano “*motions for which I am unable to account*”, cioè “movimenti che non sono capace di spiegare”. Tuttavia, tali movimenti presero e conservano tutt’ora il nome di “moti browniani”.

## 2. Gli atomi

Il motivo per cui corpi minuscoli, delle dimensioni dell’ordine del micron, si muovono in tutte le direzioni è perché essi sono abbastanza piccoli (e abbastanza leggeri) per subire l’impatto delle molecole di acqua, grandi “solo” 5000 volte di meno. Se una molecola d’acqua colpisce il corpuscolo in basso, esso si sposterà verso l’alto; se lo colpisce a sinistra, esso si muoverà verso destra. Ciascuno di questi “spostamenti” è minuscolo, ma di molecole d’acqua ce ne sono tante, quindi il loro impatto complessivo non è trascurabile. Poiché le molecole d’acqua si muovono in tutte le direzioni, ecco che i corpuscoli si muoveranno anch’essi in tutte le direzioni, in maniera del tutto casuale. Questa spiegazione, per noi abbastanza ovvia, non poteva essere compresa da Brown per il semplice motivo che egli non era consapevole che l’acqua fosse fatta di molecole! All’epoca di Brown, infatti, gli atomi erano ancora una possibile ipotesi teorica sulla composizione della materia, e nemmeno universalmente condivisa: tutte le evidenze sulla loro esistenza erano indirette. Le prime evidenze sperimentali dirette dell’esistenza degli atomi risalgono ai primi anni del 1900, grazie all’invenzione dell’ultramicroscopio nel 1903, e l’esistenza degli atomi è diventata accettata unanimemente solo a partire dal 1910, proprio in seguito agli studi di un fisico francese, Jean Perrin sul... moto browniano (questa volta di pigmenti in una soluzione colloidale). Jean Perrin usò per i suoi calcoli la teoria sul moto Browniano elaborata da Albert Einstein, in uno dei suoi articoli fondamentali del 1905, il cosiddetto *Annus Mirabilis* (gli altri comprendevano l’effetto fotoelettrico, per il quale Einstein fu insignito del premio Nobel nel 1921, e la relatività ristretta). È piuttosto sorprendente rendersi conto che un aspetto che a noi appare scontato, come la teoria atomistica della natura, si sia in realtà palesato in tutta la sua completezza appena 100 anni fa.

## 3. L’allievo sfortunato

Negli stessi anni in cui i fisici si avventurano nel mondo delle particelle atomiche (dopo averne finalmente appurato l’esistenza), scrive la sua tesi di dottorato uno studente del matematico francese Henri Poincaré, Louis Bachelier. La tesi è del tutto originale per l’epoca: Bachelier vuole capire il movimento dei prezzi delle azioni alla Borsa di Parigi. Per scrivere la sua tesi, “Teoria della speculazione”, si reca alla Borsa personalmente, registra nel suo taccuino i prezzi delle azioni, e fa una scoperta sensazionale. Per dirla con le sue parole,

Les influences qui déterminent les mouvements de la Bourse sont innombrables, des événements passés, actuels ou même escomptables, ne présentant souvent aucun rapport apparent avec ses variations, se répercutent sur son cours. (...) La détermination de ces mouvements se subordonne à nombre infini de facteurs: il est des lors impossible d’en espérer la prévision mathématique.

[I motivi che determinano i movimenti della Borsa sono innumerevoli, e taluni avvenimenti passati, contemporanei ma anche futuri, che non presentano alcun rapporto evidente con i movimenti stessi, si ripercuotono su di essi (...) La determinazione di questi movimenti è subordinata a un numero infinito di fattori: è impossibile quindi prevederli matematicamente]

Ci ricorda qualcosa? Un numero infinito di fattori (le molecole d'acqua) che influenzano il movimento dei prezzi (i corpuscoli), i quali si muovono in forme bizzarre e casuali, che si riproducono in un ordine non prevedibile. Altro non è che il moto browniano. E infatti nella sua tesi di dottorato Louis Bachelier getta le basi per la formulazione *matematica* del moto browniano, che oggi rappresenta la base per lo studio dei titoli finanziari (torneremo su questo in seguito). La "scoperta" di Bachelier era sensazionale anche perché l'idea che i movimenti dei prezzi seguissero le leggi della probabilità, e fossero quindi intrinsecamente imprevedibili, era piuttosto blasfema all'epoca (e appare abbastanza stravagante anche oggi). In realtà Bachelier aveva perfettamente ragione. La sua ipotesi di imprevedibilità dei corsi azionari è diventata una fortunatissima teoria economica, la teoria dell'*efficienza informativa* dei mercati finanziari, sviluppata dagli economisti dell'Università di Chicago intorno agli anni '70: il progenitore è considerato Eugene Fama, che nel 2013 ha ricevuto il premio Nobel per l'economia proprio per questa "scoperta". Pur se aspramente criticata, tale teoria, per lo meno nella forma basilare intuata da Bachelier, mantiene una formidabile validità empirica ed è con ogni probabilità la teoria economica verificata con maggior precisione sui dati. La teoria, nella sua forma cosiddetta *debole*, afferma che è impossibile prevedere i prezzi dei titoli azionari basandosi sull'andamento dei prezzi nel passato. Una quantità vastissima di studi empirici ha pienamente confermato questa tesi.

Se i prezzi non si possono prevedere, a cosa serve allora tutta la matematica che si utilizza oggi in finanza? Essa serve a fornire modelli precisi per la valutazione dei titoli e per l'analisi della loro rischiosità. Considerazioni analoghe a quelle di Bachelier hanno pure fruttato il premio Nobel per l'economia del 1997 a Robert Merton e a Myron Scholes, due economisti che hanno utilizzato la teoria della probabilità per valutare le opzioni finanziarie e il rischio di credito, con un approccio pionieristico al momento dalla sua proposizione (risalente agli anni 70) ma di immediato e duraturo successo, tanto da rappresentare ancora oggi il caposaldo della finanza quantitativa. Il premio sarebbe anche stato assegnato a Fisher Black, se questi non fosse deceduto anzitempo. Le motivazioni del Nobel citano lo stesso Bachelier come un precursore dell'idea di base.

Purtroppo per lui, Bachelier ebbe la sfortuna di nascere troppo presto: le sue idee non erano pronte per l'epoca in cui viveva, e lui non possedeva la forza accademica e il rigore di un Poincaré, di un Einstein o di un Samuelson per plasmare la disciplina economica, che agli inizi del secolo era ancora in una fase primordiale della sua esistenza. La sua vita fu oscura e anonima, ignorata dalla comunità accademica fino alla riscoperta dei nostri giorni, decenni dopo la sua morte.

#### 4. La matematica come linguaggio della natura

Il Moto browniano è oggi soprattutto uno strumento matematico nell'ambito della teoria delle probabilità. Tale strumento ha molti sinonimi: passeggiata aleatoria, rumore bianco o processo di Wiener. Tale teoria matematica si applica ai movimenti di oggetti che ricevono spinte casuali e isotrope, e quindi ad un gran numero di discipline. Abbiamo già citato la diffusione dei pollini in acqua, e i prezzi dei titoli finanziari; ma anche la diffusione del calore, delle popolazioni di animali, dei batteri, di una malattia, del suono o della luce sono modellate con lo stesso strumento. È questa una delle caratteristiche fondamentali della matematica, cioè la capacità di unificare fenomeni apparentemente diversi, secondo la popolarissima intuizione Galileana:

La filosofia naturale è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi, io dico l'universo, ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua e conoscer i caratteri nei quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto. Ne "Il Saggiatore".

L'utilizzo della teoria della probabilità nella scienza è oggi diffusissimo; non è stupefacente quindi che "triangoli" e "cerchi" non bastino più. La teoria degli atomi si spostò quasi subito nel campo della probabilità: oggi accettiamo come un fatto naturale che non si possa conoscere la posizione di un elettrone in un atomo, ma solo la probabilità che esso si trovi in un certo luogo. Il moto browniano è uno dei "triangoli" o "cerchi" galileiani dei giorni nostri, cioè un oggetto fondamentale di grande potenza che viene utilizzato per descrivere i fenomeni naturali più disparati. Pur se più sofisticata di quella di Galileo, la matematica offre comunque un aspetto unificante nel "libro" della natura, e per questo motivo non smette di affascinare gli scienziati di ogni epoca. Forse anche perché la matematica, oltre a essere utile, è anche esteticamente ed intellettualmente appagante.