

# INTRODUZIONE ALLA TEORIA DELLA RELATIVITÀ

CLAUDIO CHIUDERI

*Dipartimento di Astronomia e Scienza dello Spazio, Università di Firenze*

Cent'anni fa Albert Einstein pubblicava sulla prestigiosa rivista *Annalen der Physik* un articolo scientifico dal titolo «Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento». Questo articolo marca l'inizio di una delle maggiori rivoluzioni scientifiche del novecento, la teoria della Relatività Ristretta, e rappresenta uno straordinario monumento all'intelligenza umana. Einstein aveva all'epoca 26 anni e lavorava presso l'Ufficio Federale Brevetti di Berna. La giovane età, il relativo isolamento dal mondo scientifico e il fatto che nello stesso anno Einstein pubblicasse altri quattro lavori di eccezionale levatura (uno gli valse il Premio Nobel molti anni dopo) danno la misura del suo genio. Un'estensione della teoria della Relatività Ristretta, la teoria della Relatività Generale, vedeva la luce nel 1916, dopo una gestazione durata undici anni.

In questo breve articolo cercherò di presentare le idee che stanno alla base delle due teorie, senza ricorrere ad alcun formalismo matematico, ma cercando di illustrare i fatti ed i ragionamenti fisici che hanno portato alla loro formulazione. Ovviamente, visto lo spazio a disposizione, illustrerò solo alcuni aspetti, scegliendoli fra quelli che si prestano ad una esposizione non tecnica e che, d'altra parte, mettono in luce il carattere innovativo della teoria.

## 1. L'argomento della teoria della Relatività

Per comprendere l'argomento della teoria della Relatività è necessario definire il concetto di legge fisica. La descrizione della natura che la fisica ci offre parte dalla misura di un certo numero di grandezze, quali ad esempio, la posizione, la velocità o l'accelerazione di un corpo, la densità o la temperatura di un gas e così via. Le grandezze fisiche servono a definire lo stato di un sistema. Se il valore delle grandezze fisiche relative a un certo sistema cambia nel tempo, si dice che il sistema evolve. Il valore misurato di una grandezza fisica dipende, in generale, dalle modalità con cui la misura viene effettuata. Per esempio, consideriamo un viaggiatore che legga un libro nello scompartimento di un treno. La posizione del libro rispetto al viaggiatore non cambia nel tempo, poiché entrambi partecipano del moto del treno. Ma la posizione dello stesso libro rispetto ad un osservatore posto a terra, che vede il treno sfilare davanti ai propri occhi, ovviamente cambia, sempre per lo stesso motivo: il libro partecipa del moto del treno. Vediamo dunque che il valore della grandezza fisica "posizione" è diverso per due osservatori differenti. Ne concludiamo che i valori delle grandezze fisiche dipendono dallo stato dell'osservatore, o, come generalmente si dice, dal sistema di riferimento rispetto al

quale le misure sono effettuate.

Una *legge fisica* è una relazione matematica che lega tra loro i valori delle grandezze fisiche. Le leggi della fisica sono dunque la rappresentazione formale dei fenomeni naturali. A questo punto nasce spontanea la domanda: le leggi della fisica, cioè la *forma* delle relazioni tra le grandezze fisiche, dipende anch'essa dal sistema di riferimento, oppure rimane la stessa nonostante che i valori cambino? In altre parole, si può affermare che, almeno in fisica, *la legge è uguale per tutti* (gli osservatori)? La Relatività si occupa appunto di rispondere a questa domanda, anzi dimostra che le leggi possono essere formulate in modo tale da dare alla domanda una risposta affermativa.

## 2. La relatività di Galileo

Il concetto di relatività in fisica precede di quasi tre secoli il lavoro di Einstein. La prima enunciazione di tale concetto risale a Galileo Galilei che nel 1632 intuì che le leggi della meccanica formulate da due osservatori che si muovono uno rispetto all'altro di *moto rettilineo e uniforme* debbono essere identiche. Le formule matematiche, che consentono di collegare tra loro i valori delle grandezze cinematiche (cioè quelle grandezze che servono a definire il moto) nei due sistemi, vengono dette trasformazioni di Galileo. La relatività galileiana è quindi contenuta nell'affermazione che le leggi della meccanica sono invarianti (cioè la loro forma non cambia) per trasformazioni di Galileo. Una conseguenza di questo fatto è l'impossibilità di mettere in evidenza, con esperienze di *meccanica*, il moto assoluto di un sistema. In altre parole, tutto quello che possiamo affermare dal confronto tra esperienze di meccanica eseguite in due sistemi diversi è appunto che essi sono in uno stato di moto relativo (rettilineo ed uniforme), ma non possiamo stabilire se uno dei due sia fermo e quale.

Isaac Newton nel 1687 formula le leggi della meccanica che portano il suo nome e che inglobano la relatività galileiana. Il primo principio della meccanica newtoniana, il principio d'inerzia, stabilisce che un corpo non soggetto a forze può trovarsi soltanto in uno stato di quiete o di moto rettilineo e uniforme. Tutti i sistemi in cui vale tale principio vengono detti sistemi inerziali. È chiaro che se un sistema è inerziale, lo sono anche tutti quelli in moto rettilineo e uniforme rispetto al primo. Infatti, se un corpo non soggetto a forze è in quiete nel primo sistema, esso apparirà muoversi di moto rettilineo e uniforme negli altri e quindi anche in questi varrà il principio d'inerzia. La relatività galileiana stabilisce dunque che: *le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi inerziali*. Essa è espressione del fatto che le leggi della meccanica contengono solo accelerazioni (cioè variazioni di velocità) e non velocità. L'aggiunta di una velocità costante, a cui corrisponde un'accelerazione nulla, non può alterare la legge.

## 3. La crisi della relatività galileiana

Tutte le esperienze di meccanica effettuate dai tempi di Galileo in poi avevano confermato la validità della relatività galileiana a tal punto da far ritenere che essa dovesse valere anche fuori dall'ambito in cui era stata stabilita. Questa idea sembrò tuttavia entrare in conflitto con l'esperienza quando James C. Maxwell nel 1873 sintetizzò, nella serie di

equazioni che portano il suo nome, le leggi che regolano i fenomeni elettromagnetici. Uno dei maggiori successi della teoria di Maxwell fu la previsione dell'esistenza delle onde elettromagnetiche, verificata poi sperimentalmente nel 1888 da Heinrich R. Hertz. Le equazioni di Maxwell non solo prevedevano l'esistenza di tali onde, ma erano anche in grado di precisare che la loro velocità era costante, non dipendeva dal moto relativo di sorgente e osservatore e che il suo valore, nel vuoto, era 300.000 km/sec, identico cioè a quello della velocità della luce, indicata abitualmente con la lettera  $c$ . La teoria di Maxwell chiarifica dunque la natura della luce, identificandola con quella delle onde elettromagnetiche, e unifica di fatto l'elettromagnetismo e l'ottica. Ma la presenza stessa di una velocità ben precisa nelle equazioni di Maxwell fa immediatamente capire che quest'ultime non possono essere invarianti per trasformazioni di Galileo. La costanza della velocità della luce predetta dalle equazioni di Maxwell dovrebbe essere la caratteristica di un ben determinato sistema, il sistema "privilegiato", mentre misure eseguite in qualunque altro sistema dovrebbero dare risultati diversi. Si apre quindi la possibilità di determinare il moto assoluto con esperienze di elettromagnetismo o, equivalentemente, di ottica.

I fisici americani Albert Michelson ed Edward Morley nel 1882 mettono a punto una raffinatissima esperienza di ottica, in grado di mettere in evidenza una differenza della velocità della luce nelle direzioni parallela e ortogonale al moto della Terra. Il risultato dell'esperienza è sconvolgente: la velocità nelle due direzioni è la stessa e quindi Terra dovrebbe essere il sistema privilegiato!. L'impossibilità di inquadrare i nuovi risultati nello schema della fisica classica, fa sì che si moltiplichino le «spiegazioni» dell'esperimento di Michelson. In particolare, il fisico olandese Hendrik A. Lorentz scopre la forma delle trasformazioni che rendono invarianti le equazioni di Maxwell. Se le trasformazioni di Lorentz avessero come conseguenza la costanza di  $c$  in due sistemi in moto rettilineo e uniforme uno rispetto all'altro (cioè fossero quelle che descrivono il passaggio tra due sistemi inerziali), il risultato di Michelson e Morley si spiegherebbe. Le trasformazioni di Lorentz sono evidentemente diverse da quelle di Galileo, anche se la differenza tra le due è molto difficile da mettere in evidenza sperimentalmente. Infatti, differenze significative si hanno solo quando la velocità relativa dei due sistemi si avvicina a quella della luce. Ricordando che  $c = 300.000$  km/sec ovvero, in unità più familiari, più di un miliardo di km/ora, risulta chiaro che velocità di quest'ordine non sono raggiungibili da nessun oggetto macroscopico. Le cose cambiano nel mondo microscopico dove è relativamente facile trovare particelle subatomiche, per esempio elettroni, che posseggono velocità «relativistiche», cioè paragonabili a quella della luce. Lorentz, pur avendo determinato la forma corretta delle trasformazioni che collegano le grandezze fisiche misurate in due sistemi di riferimento inerziali, non si rese conto di tutte le loro implicazioni. Toccherà ad Einstein il compito di chiarificarne la portata rivoluzionaria

#### 4. La relatività di Einstein

Einstein rifiuta l'esistenza di un sistema privilegiato e dimostra che l'interpretazione corretta dell'esperienza di Michelson comporta una profonda revisione dei concetti di spazio e di tempo. La teoria di Einstein si basa su due principi:

- Principio della costanza della velocità della luce: la luce si propaga nel vuoto con velocità costante, indipendentemente dalla velocità relativa di sorgente ed osservatore.
- Estensione del principio di relatività: tutte le leggi della fisica (e non solo quelle della meccanica) sono le stesse nei sistemi inerziali.

Uno dei punti basilari della nuova analisi risiede nella critica del concetto di simultaneità, che illustrerò discutendo un esperimento ideale e cercando di separare in maniera netta i fatti dalle interpretazioni. Vorrei sottolineare che questa discussione è di fatto tutto quello che c'è da capire sulla cinematica relativistica. Il resto sono semplici conseguenze formali, che non aggiungono nuovi aspetti di principio.

Consideriamo dunque la seguente situazione: un treno di lunghezza  $L$  si muove con velocità  $v$  rispetto ad un osservatore fisso. Sul terreno sono piantati due pali a distanza  $L$ . Quando la testa del treno si trova in corrispondenza di uno dei due pali viene emesso un segnale luminoso, diciamo al tempo  $t_1$ , a cui corrisponde un tempo  $t'_1$  per l'osservatore sul treno (i due orologi non saranno, in generale, sincronizzati). Quando la coda del treno si trova in corrispondenza dell'altro palo (al tempo  $t_2$  per l'osservatore fisso e  $t'_2$  per quello mobile) viene emesso un altro segnale luminoso. I due segnali si incontrano in un certo punto e ciascun osservatore registra la posizione del punto d'incontro. Supponiamo che l'osservatore fisso veda i due segnali incontrarsi nel punto a distanza  $L/2$  da ciascun palo, cioè nel punto di mezzo tra i due pali. L'osservatore sul treno nota invece che i segnali si incontrano in un punto che non è a metà della lunghezza del treno, ma più vicino alla coda del treno stesso. Fin qui i fatti. Vediamo ora le interpretazioni.

L'osservatore fisso conclude che i due segnali hanno percorso la stessa distanza ( $L/2$ ) e, poiché viaggiano entrambi con velocità  $c$ , hanno impiegato lo stesso tempo a raggiungere il punto d'incontro. Quindi devono essere stati emessi allo stesso istante:  $t_1 = t_2$ . Inoltre, trova del tutto naturale che l'osservatore sul treno trovi il punto d'incontro spostato verso la coda. Infatti, nel tempo necessario perché i due segnali percorrano lo spazio fino al punto d'incontro il treno si è mosso.

L'osservatore sul treno deve poter spiegare le sue osservazioni senza bisogno di comunicare con l'osservatore fisso. Tutto quello che sa, è che due segnali sono stati emessi a certi tempi e che gli spazi che essi percorrono fino al punto d'incontro sono diversi. Sono possibili due spiegazioni alternative: i segnali sono stati emessi contemporaneamente, ma le velocità di propagazione dei due segnali differiscono tra loro, oppure le velocità sono uguali, ma i segnali non sono stati emessi contemporaneamente. La prima alternativa è quella fornita dalla fisica classica, secondo la quale lo scorrere del tempo è indipendente

dallo stato di moto dell'osservatore (e quindi se  $t_1 = t_2$  dev'essere anche  $t'_1 = t'_2$ ) e la velocità della luce si compone con quella della sorgente. Poiché la sorgente luminosa in coda appare allontanarsi dall'osservatore con velocità  $v$ , la velocità della luce è  $c - v$ , minore di quella che si avrebbe se la sorgente fosse fissa. Con analogo ragionamento si conclude che la velocità del segnale luminoso proveniente dalla sorgente in testa al treno, che appare avvicinarsi all'osservatore, è  $c + v$ , maggiore di quella di una sorgente fissa. Lo spazio percorso dal segnale luminoso proveniente dalla coda del treno è quindi minore di quello percorso dal segnale proveniente dalla testa e quindi il punto d'incontro è più vicino alla coda, come di fatto osservato. Questa spiegazione è tuttavia in conflitto con il principio della costanza della velocità della luce, solidamente basato sui risultati dell'esperimento di Michelson che provano che la velocità della luce NON si compone con quella della sorgente. Ne concludiamo che questa interpretazione è inaccettabile e che l'UNICA interpretazione possibile è che i segnali non siano stati emessi allo stesso tempo,  $t'_1 \neq t'_2$ , e più precisamente che il segnale proveniente dalla coda sia stato emesso dopo quello proveniente dalla testa.

L'analisi di questo esperimento concettuale ci porta dunque a concludere che due eventi possono essere simultanei in un sistema e non esserlo in un altro: la simultaneità è un concetto relativo. Questo risultato ci appare strano, ma solo perché la violazione della simultaneità è così piccola nel mondo "normale" che non ce ne accorgiamo. Peraltro, non troviamo nulla di strano nel fatto che la posizione sia un concetto relativo. Ma qualunque fatto fisico, qualunque *evento*, è contraddistinto sia dalla posizione che dal tempo in cui avviene. La relatività, a differenza della fisica classica, tratta spazio e tempo in maniera simmetrica ed individua l'arena in cui hanno luogo gli eventi come l'insieme dello spazio e del tempo, o come generalmente si dice, lo spazio-tempo.

Le novità introdotte dall'approccio di Einstein non si limitano alle misure di tempo. Chiediamoci infatti come si possa misurare la lunghezza di un oggetto che sia in movimento rispetto all'osservatore. Potremmo immaginare di marcare, allo stesso istante, le posizioni dei due estremi dell'oggetto su una scala graduata. Ma la simultaneità non è un fatto assoluto e quindi ci possiamo aspettare che anche le lunghezze degli oggetti siano relative. Osservatori in diverso stato di moto misureranno lunghezze differenti.

Ma se l'intervallo temporale tra due eventi dipende dal sistema di riferimento, possiamo immaginare di trovare due sistemi in cui l'ordine temporale degli eventi risulti invertito? Ci si rende facilmente conto che se i due eventi in questione fossero legati da un rapporto causa-effetto, sarebbe violato il principio di causalità che afferma che la causa deve sempre precedere l'effetto. L'abbandono del principio di causalità porterebbe di fatto all'impossibilità di costruire una teoria fisica coerente ed il mantenimento di questo principio viene considerato fondamentale. La traduzione di questa condizione nel formalismo della relatività implica che nessun segnale possa propagarsi a velocità maggiore di quella della luce.

L'accurata analisi dei processi di misura effettuata da Einstein permette di determinare

in maniera univoca le leggi matematiche che connettono i valori delle grandezze fisiche misurate in due diversi sistemi inerziali. Non è sorprendente che tali leggi risultino essere le trasformazioni di Lorentz, già introdotte in connessione con le equazioni di Maxwell. Tali trasformazioni coinvolgono sia le variabili spaziali che quelle temporali e sono quindi legate alla struttura «geometrica» dello spazio-tempo. Per comprendere il significato della frase precedente, consideriamo due sistemi di coordinate nello spazio ordinario (quello della geometria euclidea) che siano ruotati uno rispetto all'altro. Vi sono delle leggi di trasformazione ben precise che permettono di passare dai valori delle coordinate in uno dei sistemi a quelle nell'altro. La forma di tali trasformazioni dipende dal fatto che lo spazio ordinario è appunto euclideo. Le trasformazioni di Lorentz possono essere pensate come l'analogo spazio-temporale delle rotazioni nello spazio ordinario, ma lo spazio-tempo risulta essere non-euclideo. Gli spazi non-euclidei non sono necessariamente dei concetti astrusi: la superficie della Terra non è uno spazio euclideo. Per rendersene conto basta osservare che due meridiani, che sono paralleli tra loro all'equatore, si incontrano al polo, contrariamente a quanto prescritto da uno dei postulati di Euclide.

Il legame tra la forma matematica delle trasformazioni e la struttura geometrica dello spazio-tempo è una delle innovazioni fondamentali della teoria della relatività. Questo concetto rappresenterà una delle basi dello sviluppo della Relatività Generale.

Le conseguenze della relatività non si limitano alla cinematica, ma si estendono anche a tutto il resto della fisica. Tra queste, non si può non ricordare uno dei risultati più importanti della dinamica relativistica, la relazione tra massa ed energia. Questa relazione, una delle più celebri della fisica, si scrive nella forma:

$$E = \gamma mc^2 \quad ; \quad \gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

dove  $m$  è la massa del corpo,  $v$  la velocità del corpo rispetto all'osservatore e  $c$  la velocità della luce. Si osservi che la precedente relazione viene spesso scritta come  $E = m c^2$ , includendo nella definizione di  $m$  anche il termine  $\gamma$ . La relatività prevede dunque che anche un corpo a riposo ( $v = 0$ ) possieda una certa quantità di energia, che risulta essere enormemente grande, visto l'elevato valore di  $c$ . Questa "energia di riposo" rappresenta una formidabile riserva energetica, che può essere utilizzata quando sussistano le condizioni che permettono di trasformarla in altre forme di energia. Ciò si verifica durante le reazioni nucleari e questo spiega la grande quantità di energia che esse liberano con effetti talora devastanti, come durante le esplosioni nucleari, ma anche con effetti benefici, come nell'interno del Sole, dove le reazioni nucleari forniscono l'energia che viene poi irradiata nello spazio circostante permettendo la vita sulla Terra.

La Relatività Ristretta, detta così perché la sua applicazione è «ristretta», cioè limitata alle trasformazioni tra sistemi inerziali, è una delle teorie meglio verificate sperimentalmente. Senza di essa non saremmo in grado di spiegare i fenomeni di alta

energia del mondo microscopico e non sarebbe stato possibile far funzionare i grandi acceleratori di particelle utilizzati dai fisici nei loro esperimenti. Anche la comprensione di molti fenomeni astrofisici necessita dei concetti sviluppati dalla teoria della relatività. Per esempio, l'emissione elettromagnetica di molte sorgenti cosmiche è spiegata dall'interazione di particelle relativistiche con campi magnetici.

### **Il problema della gravità e il principio di equivalenza.**

Una volta accettati i concetti della teoria della Relatività, ci si rende facilmente conto di come la teoria della gravitazione universale di Newton necessiti di una revisione. Secondo tale teoria, infatti, tra due corpi di masse  $m_1$  e  $m_2$  posti a distanza  $d$  si esercita una forza attrattiva,  $F$ , pari a

$$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$$

dove  $G$  è la costante di gravitazione universale. Se la distanza  $d$  varia, la teoria di Newton prevede che anche la forza  $F$  vari, adattandosi *istantaneamente* al valore richiesto dalla precedente formula. Si avrebbe quindi la propagazione istantanea di un segnale, contrariamente a quanto richiesto dalla teoria della Relatività Ristretta e dal principio di causalità, come illustrato in precedenza. Bisognerà dunque procedere ad una revisione della teoria della gravità e la via scelta da Einstein si basa sul legame esistente tra le leggi fisiche e la struttura dello spazio-tempo, già messo in luce nell'ambito delle trasformazioni tra sistemi inerziali. La revisione della teoria della gravitazione porterà inoltre ad estendere anche ai sistemi non-inerziali il principio di relatività e consentirà di affermare che *le leggi della fisica sono le stesse in qualunque sistema di riferimento.*

Per definizione, un sistema non inerziale è un sistema in cui viene violato il principio d'inerzia. Per esempio, un osservatore che si trovi su un disco rotante osserverebbe che per mantenere fermo un corpo è necessario applicargli una forza diretta radialmente verso il centro. In caso contrario, cioè se sul corpo non è applicata alcuna forza, esso si allontana con una certa accelerazione, che risulta indipendente dalla massa del corpo e pari a  $\omega^2 r$  dove  $\omega$  è la velocità angolare del disco e  $r$  è la distanza del corpo dal centro. Il sistema rotante è dunque non-inerziale, ma l'osservatore sul disco potrebbe comunque utilizzare la meccanica newtoniana (quella dei sistemi inerziali) per descrivere il moto, utilizzando la relazione  $F = m a$  e dicendo che il corpo è in realtà sottoposto ad una forza, la forza centrifuga, il cui valore si ottiene moltiplicando l'accelerazione misurata,  $\omega^2 r$ , per la massa  $m$  del corpo. Un osservatore inerziale, cioè che non partecipi del moto del disco, descriverebbe lo stesso moto in maniera assai più semplice: Infatti, per lui il corpo non è soggetto a forze e quindi, in virtù del principio d'inerzia, la sua traiettoria è una retta, percorsa con velocità costante e pari alla velocità locale del punto del disco da cui è stato rilasciato il corpo in questione. È chiaro che, fatte le dovute trasformazioni tra le coordinate del sistema fisso e quelle ancorate al sistema rotante, la traiettoria risulterebbe esattamente la stessa, ma la descrizione nel sistema inerziale è più semplice per due aspetti: non c'è bisogno di introdurre una forza e la traiettoria è una retta

(mentre non lo è rispetto all'osservatore sul disco). Riassumendo, potremmo dire che l'essere ancorati ad un sistema non-inerziale comporta una penalizzazione, quella di dover introdurre nella descrizione dei moti delle nuove forze, dette forze inerziali, che hanno la caratteristica di essere proporzionali alla massa. È possibile eliminare questo tipo di forze, semplicemente descrivendo la dinamica del sistema da un opportuno sistema inerziale.

La massa che interviene nelle forze inerziali rappresenta un attributo del corpo che si *oppone* al moto: a parità di forza, tanto maggiore la massa, tanto minore l'accelerazione. Ma lo stesso termine, «massa», compare anche nella legge di gravitazione universale, come una proprietà caratteristica che *provoca* una forza e quindi un moto. Per distinguere questi due tipi di massa, che in linea di principio non dovrebbero coincidere, visto che descrivono proprietà dei corpi non solo diverse, ma addirittura antitetiche, chiameremo la prima (quella che si oppone al moto) massa inerziale e la seconda massa gravitazionale. Tuttavia, una serie di esperimenti, fra i più precisi mai realizzati, dimostrano l'identità delle due masse. Questo risultato va sotto il nome di principio di equivalenza. Esso è la chiave di volta della nuova teoria della gravità: siccome la forza di gravità è proporzionale alla massa gravitazionale, ma questa è uguale alla massa inerziale, la gravità ha la stessa natura delle forze inerziali e quindi può essere eliminata dalla descrizione della dinamica con un'opportuna scelta del sistema di riferimento!

Che la precedente non sia un'affermazione peregrina lo si può verificare considerando la situazione che si verificherebbe in un ascensore in caduta libera, cioè un ascensore a cui è stata tranciata la corda di sostegno. Un osservatore che, per sua disgrazia, si trovasse all'interno, giudicherebbe di trovarsi in un sistema inerziale. Infatti, qualunque oggetto lasciato libero non si sposterebbe rispetto a lui, in quanto entrambi cadrebbero con la stessa accelerazione: nell'ascensore in caduta libera è come se la gravità non esistesse. Anche un satellite in orbita attorno alla Terra è un sistema in cui la gravità è stata apparentemente eliminata, come le immagini che mostrano gli astronauti al lavoro ci confermano. È quindi vero che la gravità, come le altre forze inerziali, può essere eliminata dalla descrizione con la scelta di un opportuno sistema di riferimento. I sistemi «inerziali» sono ora i sistemi in caduta libera, cioè un sistemi in moto *accelerato*. L'eliminazione della gravità è solo «locale» nello spazio e nel tempo. Infatti, se nell'ascensore avessimo più oggetti in caduta libera, sufficientemente lontani tra loro, ci accorgeremmo che le distanze reciproche cambiano poiché le loro traiettorie, viste da un sistema esterno, non sono parallele, ma convergono verso il centro della Terra. In generale poi, la gravità locale cambia nel tempo, a causa del moto dei corpi che ne sono le sorgenti. In altre parole, non esiste un unico sistema di riferimento che elimini la gravità «globalmente» cioè dappertutto e per tempi comunque lunghi.

## 5. La Relatività Generale

Il principio di equivalenza implica l'impossibilità per un osservatore di determinare

in maniera assoluta la presenza della gravità. Infatti, consideriamo due sistemi: uno in moto uniforme, ma con gravità e l'altro senza gravità, ma in moto accelerato con un'accelerazione uguale e contraria all'accelerazione gravitazionale del primo. Qualunque esperienza eseguita nei due sistemi darebbe esattamente lo stesso risultato. Possiamo quindi «eliminare» la gravità, cioè non tenerne conto nel conteggio delle forze, pur di utilizzare sistemi di riferimento in moto accelerato, che di conseguenza vengono ad acquisire un ruolo nuovo, quello di sistemi inerziali «equivalenti». Appare dunque altamente desiderabile estendere anche ad essi il principio di relatività: «le leggi della fisica sono le stesse anche nei sistemi un moto accelerato e non soltanto in quelli in moto relativo uniforme». Ma tale estensione richiede una riformulazione delle leggi, come si può evincere dalle considerazioni seguenti.

Un corpo «libero», cioè non soggetto a forze percorre con velocità costante una traiettoria rettilinea rispetto ad un sistema inerziale. Rispetto ad un sistema accelerato, con una accelerazione costante in una direzione non coincidente con quella della velocità, la sua traiettoria risulterà curva. Tuttavia il corpo è libero anche nel sistema accelerato e non sembra possibile conciliare i dettami del principio di inerzia (i corpi liberi si muovono lungo rette) con il principio di relatività generale (le leggi hanno la stessa forma in qualunque sistema). Per risolvere la contraddizione è necessario riformulare il principio d'inerzia, tenendo presente una delle proprietà della retta. In uno spazio euclideo, infatti, la retta può essere definita come la curva di minima lunghezza che unisce due punti dati. Curve con questa proprietà vengono dette *geodetiche*. Su una sfera le geodetiche sono archi di cerchio massimo: la forma delle geodetiche è strettamente legata alla geometria dello spazio. Ritornando al principio d'inerzia in uno spazio euclideo potremmo enunciarlo dicendo che le traiettorie dei corpi liberi sono delle geodetiche. Ma questa definizione può essere generalizzata a qualunque sistema, inerziale o meno. La presenza della gravità si fa sentire modificando localmente la struttura dello spazio-tempo. La traiettoria di un corpo libero è *sempre* una geodetica. Se la gravità non c'è, lo spazio è piatto (euclideo) e la geodetica è una retta, se invece la gravità è presente, lo spazio è curvo (non euclideo) e la geodetica non è una retta.

Si osservi come venga completamente capovolto lo schema newtoniano. Per Newton la struttura geometrica dello spazio-tempo è assegnata a priori e le traiettorie dei corpi sono determinate dalla gravità. Per Einstein, le traiettorie sono fissate a priori (sono delle geodetiche) e la struttura dello spazio-tempo è determinata dalla gravità.

Rimane ancora da precisare in che modo la presenza di materia modifichi la struttura geometrica dello spazio-tempo e Einstein, influenzato dalle idee di Ernst Mach, suppone che essa sia determinata dalla distribuzione su larga scala della materia. O più precisamente, visto che materia ed energia sono equivalenti dal punto di vista della Relatività Ristretta, sarà la distribuzione di energia su larga scala a plasmare la struttura geometrica dello spazio-tempo. Quest'ultimo sarà in generale curvo, ma localmente potrà essere considerato piatto, così come ogni superficie è localmente equivalente al suo piano tangente. Come si vede, esiste un perfetto parallelismo tra la

descrizione geometrica e quella fisica. Lo spazio incurvato dalla gravità è localmente descrivibile dallo spazio piatto di un sistema senza gravità. L'entità della curvatura è una misura dell'intensità del campo gravitazionale. Per campi deboli la Relatività Generale riproduce esattamente i risultati della gravità newtoniana, così come la Relatività Ristretta riproduceva i risultati della fisica classica per velocità piccole rispetto a  $c$ .

Lo schema della nuova teoria della gravitazione è contenuto nelle equazioni di Einstein: si tratta di un sistema piuttosto complesso di 10 equazioni accoppiate, la cui soluzione per via analitica è praticamente impossibile, tranne che in pochi casi semplici (ma non per questo meno importanti). Anche la soluzione per via numerica presenta delle difficoltà formidabili, persino con i moderni calcolatori elettronici. Nonostante questo, la struttura concettuale delle equazioni di Einstein è assai semplice, poiché raggruppa da un lato tutte le proprietà geometriche dello spazio-tempo e dall'altro tutte le informazioni sulla distribuzione spazio-temporale dell'energia, in uno schema di straordinaria eleganza formale. Gli unici parametri esterni alla teoria che compaiono nelle equazioni sono le costanti universali  $G$  e  $c$ . Non ci sono cioè parametri di valore sconosciuto che possano essere «aggiustati» per ottenere l'accordo con i dati sperimentali. In un certo senso quindi, la Relatività Generale è una teoria «a rischio»: se le previsioni non tornano, non c'è modo di ottenere un accordo con piccoli ritocchi, ma bisogna modificare profondamente l'intera teoria. Ciononostante, tutte le previsioni per le quali è stata possibile una verifica sperimentale sono state a tutt'oggi brillantemente confermate. Si tratta in genere di effetti molto piccoli, ma che possono divenire rilevanti soprattutto in campo astronomico.

Einstein stesso propose alcuni test della Relatività Generale: lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali per effetto gravitazionale, la deflessione della luce da parte di un campo gravitazionale e lo spostamento secolare del perielio di Mercurio. Descriverò brevemente solo il secondo di questi effetti. Consideriamo un raggio di luce: per un osservatore in quiete rispetto alla sorgente esso percorrerà una traiettoria rettilinea. Ma per un osservatore in moto accelerato in una direzione ortogonale a quella del raggio luminoso, tale traiettoria risulterebbe curva e il principio di equivalenza ci dice allora che anche la traiettoria di un raggio di luce in un campo gravitazionale deve risultare curva. È chiaro che l'entità della deviazione dipende dall'intensità del campo gravitazionale e quindi che l'esperienza debba essere fatta utilizzando il campo gravitazionale più forte a disposizione. Einstein propose di studiare la deviazione di quei raggi luminosi emessi dalle stelle che lambiscono la superficie del Sole che sono quindi soggetti a un forte campo gravitazionale. Normalmente non è possibile effettuare questa osservazione perché la debole luce delle stelle è sovrastata dalla luminosità del Sole. Una tale osservazione è tuttavia possibile durante un'eclisse. L'apparente spostamento di posizione fu misurato per la prima volta durante l'eclisse solare del 1919 e confermò pienamente le previsioni della teoria. Recentemente, è stata verificata, seppure indirettamente, un'altra delle previsioni della teoria, cioè l'esistenza delle onde gravitazionali. Quest'ultime sono il mezzo con cui viene segnalata nello spazio circostante la variazione locale di un campo

gravitazionale. Esse sono dunque analoghe alle onde elettromagnetiche e si propagano anch'esse con velocità  $c$ . La verifica si ottiene dall'osservazione dell'allungamento del periodo orbitale di una pulsar in un sistema binario, che risulta perfettamente compatibile con l'ipotesi che il sistema emetta onde gravitazionali al tasso previsto dalla Relatività Generale. Una rivelazione diretta delle onde gravitazionali è attesa nei prossimi anni con l'entrata in funzione dei sistemi LIGO negli Stati Uniti d'America e VIRGO in Italia.

Nonostante che tutti gli esperimenti citati abbiano un interesse puramente scientifico, sarebbe errato pensare che la Relatività Generale abbia solo un valore accademico. I moderni dispositivi per la navigazione satellitare, che ormai vengono installati sulle automobili, non sarebbero in grado di ottenere la precisione richiesta, se gli algoritmi che permettono di calcolare la posizione con un errore dell'ordine del metro non tenessero conto della Relatività Generale.

**TESTI CONSIGLIATI**

Durrell, C., *La relatività con le quattro operazioni*, Bollati Boringhieri, Torino 1967.

Einstein, A., *Relatività, esposizione divulgativa*, Bollati Boringhieri, Torino 1980.

Russell, B. *L'ABC della relatività*, Longanesi, Milano 2005.